

On considère le polynôme P à coefficients réels défini sur \mathbb{C} par $P(z) = z^6 - 1$.

1. a. Factoriser l'expression $u^3 - v^3$ pour tous nombres complexes u et v .

b. En remarquant que $z^6 = (z^2)^3$, déterminer trois réels a , b et c tels que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z^2 - 1)(az^4 + bz^2 + c)$.

2. a. Calculer $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$ et $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

b. En déduire les six racines dans \mathbb{C} du polynôme P .