

Soit P le polynôme à coefficients réels défini sur \mathbb{C} par :

$$P(z) = z^4 + 2z^3 - z^2 + 2z + 1.$$

1. Vérifier que 0 n'est pas une racine du polynôme P .

2. Pour $z \neq 0$, on pose $u = z + \frac{1}{z}$.

a. Exprimer $u^2 - 3$ en fonction de z .

b. Calculer $\frac{P(z)}{z^2}$ pour $z \neq 0$ et l'exprimer en fonction de u .

3. En déduire les racines dans \mathbb{C} du polynôme P .

On les écrira sous forme algébrique.