

Corrigé

1) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(x - 1)(x + 2) < 0$.

Signe de $x - 1$: on a $x - 1 \geq 0$ lorsque $x \geq 1$.

Signe de $x + 2$: on a $x + 2 \geq 0$ lorsque $x \geq -2$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$x - 1$		-		-	0	+	
$x + 2$		-	0	+		+	
$(x - 1)(x + 2)$		+	0	-	0	+	

de telle sorte que

$$(x - 1)(x + 2) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1$$

$$\Leftrightarrow x \in]-2; 1[$$

2) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(2x - 5)(3x + 7) \leq 0$.

Signe de $2x - 5$: on a $2x - 5 \geq 0$ lorsque $2x \geq 5$, $x \geq \frac{5}{2}$.

Signe de $3x + 7$: on a $3x + 7 \geq 0$ lorsque $3x \geq -7$, $x \geq -\frac{7}{3}$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{7}{3}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$2x - 5$	-	0	-	0	+
$3x + 7$	-	0	+	+	+
$(2x - 5)(3x + 7)$	+	0	-	0	+

de telle sorte que

$$\begin{aligned}(2x - 5)(3x + 7) < 0 &\Leftrightarrow -\frac{7}{3} < x < \frac{5}{2} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\frac{7}{3}; \frac{5}{2} \right[\end{aligned}$$

3) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(-3x + 8)(6x + 7) < 0$.

Signe de $-3x + 8$: on a $-3x + 8 \geq 0$ lorsque $-3x \geq -8$, $x \leq \frac{8}{3}$, $x \leq -\frac{8}{3}$.

Signe de $6x + 7$: on a $6x + 7 \geq 0$ lorsque $6x \geq -7$, $x \geq -\frac{7}{6}$.

On a $-\frac{8}{3} \sim -2.66$ et $-\frac{7}{6} \sim -1,16$, d'où $-\frac{8}{3} < -\frac{7}{6}$. Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{7}{6}$	$+\infty$	
$-3x + 8$	+	0	-	-	
$6x + 7$	-	-	0	+	
$(-3x + 8)(6x + 7)$	-	0	+	0	-

de telle sorte que

$$\begin{aligned}
 (-3x + 8)(6x + 7) < 0 &\Leftrightarrow x < -\frac{8}{3} \text{ ou } x > -\frac{7}{6} \\
 &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; -\frac{8}{3} \right[\cup \left] -\frac{7}{6}; +\infty \right[
 \end{aligned}$$

4) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(-4x - 9)(2x - 1) \leq 0$.

Signe de $-4x - 9$: on a $-4x - 9 \geq 0$ lorsque $-4x \geq 9$, $x \leq \frac{9}{-4}$, $x \leq -\frac{9}{4}$.

Signe de $2x - 1$: on a $2x - 1 \geq 0$ lorsque $2x \geq 1$, $x \geq \frac{1}{2}$.

On a $-\frac{9}{4} \sim -2.25$ et $\frac{1}{2} \sim 0.5$, d'où $-\frac{9}{4} < \frac{1}{2}$. Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{9}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-4x - 9$	+	0	-	-
$2x - 1$	-	-	0	+
$(-4x - 9)(2x - 1)$	-	0	+	-

de telle sorte que

$$\begin{aligned}(-4x - 9)(2x - 1) \leq 0 &\Leftrightarrow x \leq -\frac{9}{4} \text{ ou } x \geq \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; -\frac{9}{4} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[\end{aligned}$$

5) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(4x + 6)(7x - 8) > 0$.

Signe de $4x + 6$: on a $4x + 6 \geq 0$ lorsque $4x \geq -6$, $x \geq \frac{-6}{4}$, $x \geq -\frac{3}{2}$.

Signe de $7x - 8$: on a $7x - 8 \geq 0$ lorsque $7x \geq 8$, $x \geq \frac{8}{7}$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{8}{7}$	$+\infty$
$4x + 6$	-	0	+	+
$7x - 8$	-	-	0	+
$(4x + 6)(7x - 8)$	+	0	-	+

de telle sorte que

$$\begin{aligned}(4x + 6)(7x - 8) > 0 &\Leftrightarrow x < -\frac{3}{2} \text{ ou } x > \frac{8}{7} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; -\frac{3}{2} \right[\cup \left] \frac{8}{7}; +\infty \right[\end{aligned}$$

6) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(2x - 9)(7x - 5) \geq 0$.

Signe de $2x - 9$: on a $2x - 9 \geq 0$ lorsque $2x \geq 9$, $x \geq \frac{9}{2}$.

Signe de $7x - 5$: on a $7x - 5 \geq 0$ lorsque $7x \geq 5$, $x \geq \frac{5}{7}$.

On a $\frac{9}{2} = 4.5$ et $\frac{5}{7} \sim 0.71$, d'où $\frac{5}{7} < \frac{9}{2}$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$\frac{5}{7}$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$		
$2x - 9$		-	-	0	+	
$7x - 5$		-	0	+	+	
$(4x + 6)(7x - 8)$		+	0	-	0	+

de telle sorte que

$$\begin{aligned}(2x - 9)(7x - 5) \geq 0 &\Leftrightarrow x \leq \frac{5}{7} \text{ ou } x \geq \frac{9}{2} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; \frac{5}{7} \right] \cup \left[\frac{9}{2}; +\infty \right[\end{aligned}$$

7) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(-x + 4)(-2x + 9) > 0$.

Signe de $-x + 4$: on a $-x + 4 \geq 0$ lorsque $-x \geq -4$, $x \leq 4$.

Signe de $-2x + 9$: on a $-2x + 9 \geq 0$ lorsque $-2x \geq -9$, $x \leq \frac{-9}{-2}$, $x \leq \frac{9}{2}$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	4	$\frac{9}{2}$	$+\infty$	
$-x + 4$	+	0	-	-	
$-2x + 9$	+	+	0	-	
$(-x + 4)(-2x + 9)$	+	0	-	0	+

de telle sorte que

$$\begin{aligned}
 (-x + 4)(-2x + 9) > 0 &\Leftrightarrow x < 4 \text{ ou } x > \frac{9}{2} \\
 &\Leftrightarrow x \in]-\infty; 4[\cup \left] \frac{9}{2}; +\infty[
 \end{aligned}$$

8) A l'aide d'un tableau de signes, résolvons l'inéquation $(-4x - 3)(-6x + 1) \geq 0$.

Signe de $-4x - 3$: on a $-4x - 3 \geq 0$ lorsque $-4x \geq 3$, $x \leq \frac{3}{-4}$, $x \leq -\frac{3}{4}$.

Signe de $-6x + 1$: on a $-6x + 1 \geq 0$ lorsque $-6x \geq -1$, $x \leq \frac{-1}{-6}$, $x \leq \frac{1}{6}$.

Par suite, on obtient le tableau de signes

x	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$+\infty$
$-4x - 3$	+	0	-	-
$-6x + 1$	+	+	0	-
$(-4x - 3)(-6x + 1)$	+	0	0	+

de telle sorte que

$$\begin{aligned}(-4x - 3)(-6x + 1) \geq 0 &\Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{4} \text{ ou } x \geq \frac{1}{6} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; -\frac{3}{4} \right] \cup \left[\frac{1}{6}; +\infty \right[\end{aligned}$$