1) Le système $\begin{cases} -3x+5y=4 \\ x\times y=7 \end{cases}$ équivaut successivement à

$$\begin{cases} -3x+5y=4 \\ y=\dfrac{7}{x} \end{cases} \quad \text{(ce qui sous-entend } x\neq 0 \text{)}$$

$$\begin{cases} -3x+5\times\dfrac{7}{x}=4 \\ y=\dfrac{7}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\left(-3x+\dfrac{35}{x}\right)=4\text{x} \\ y=\dfrac{7}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x^2+35=4x \\ y=\dfrac{7}{x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x^2-4x+35=0 \\ y=\dfrac{7}{x} \end{cases}$$

Le discriminant de $-3x^2-4x+35$ est

$$\Delta=(-4)^2-4\times(-3)\times35=436=4\times109\,.$$

Puisque $\Delta>0$,

l'équation $-3x^2-4x+35=0$ admet deux solutions

$$s=\frac{-(-4)-\sqrt{436}}{2\times(-3)}=\frac{4-2\sqrt{109}}{-6}=\frac{-2+\sqrt{109}}{3}\sim 2,81$$

$$s'=\frac{-(-4)+\sqrt{436}}{2\times(-3)}=\frac{4+2\sqrt{109}}{-6}=\frac{-2-\sqrt{109}}{3}\sim -4,15\ .$$

En conclusion, il y a deux couples $(x\,;y)=\left(x\,;\frac{7}{x}\right)$ solutions avec $x=s$ ou $x=s'$.

2) Vérification graphique.

Vérifions que la droite d'équation $-3x+5y=4$ et l'hyperbole d'équation $y=\frac{7}{x}$ se coupent en deux points d'abscisses s et s' .