Corrigé

1. On cherche d'abord les racines du trinôme $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$. Comme $\Delta = 5^2 - 4 \times 3 \times (-2) = 49$, ce trinôme admet deux racines : $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{1}{3}$. On dresse ensuite le tableau de signes du trinôme : il est du signe de 3 en dehors des racines, on obtient donc le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On en déduit alors que l'ensemble des solutions est $S =]-\infty; -2[\cup \left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$.

2. On cherche d'abord les racines du trinôme $f(x) = -2x^2 + 7x + 4$. Comme $\Delta = 7^2 - 4 \times (-2) \times 4 = 81$, ce trinôme admet deux racines : $x_1 = 4$ et $x_2 = -\frac{1}{2}$. On dresse ensuite le tableau de signes du trinôme : il est du signe de –2 en dehors des racines, on obtient donc le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		4		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit alors que l'ensemble des solutions est $S = \left]-\frac{1}{2}; 4\right[$.

3. On reconnaît une identité remarquable : $16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2$ pour tout x réel. Donc $16x^2 - 40x + 25 \geqslant 0$ pour tout x réel. Et donc $16x^2 - 40x + 25 \leqslant 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$

L'ensemble des solutions de cette équation est donc $S = \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

4. On cherche d'abord les racines du trinôme $f(x) = 3x^2 - x + 5$. Comme $\Delta = 1^2 - 4 \times 3 \times 5 = -59$, f n'a pas de racine réelle et le tableau de signes du trinôme est donc celui tracé ci-dessous.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

Donc l'ensemble des solutions de cette inéquation est $S = \mathbb{R}$.

5. On cherche d'abord les racines du trinôme $f(x) = -x^2 + x - 7$. Comme $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-7) = -27$, f n'a pas de racine réelle et le tableau de signes du trinôme est donc celui tracé ci-dessous.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	

Donc l'ensemble des solutions de cette inéquation est $S = \emptyset$.

6. On cherche d'abord les racines du trinôme $f(x) = -3x^2 + 5x + 8$. Comme $\Delta = 5^2 - 4 \times (-3) \times 8 = 121$, ce trinôme admet deux racines : $x_1 = \dfrac{8}{3}$ et $x_2 = -1$. On dresse ensuite le tableau de signes du trinôme : il est du signe de –3 en dehors des racines, on obtient donc le tableau de signes ci-dessous.

x	$-\infty$		-1		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On en déduit l'ensemble des solutions de cette inéquation : $S =]-\infty; -1[\cup \left]\dfrac{8}{3}; +\infty\right[$.