Corrigé

1. On a $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 64$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{6-\sqrt{64}}{2} = -1$ et $x_2 = \frac{6+\sqrt{64}}{2} = 7$. Donc $f(x) = (x+1)(x-7)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
2. On a $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 8 = 36$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{-2-\sqrt{36}}{-2} = 4$ et $x_2 = \frac{-2+\sqrt{36}}{-2} = -2$. Donc $f(x) = -(x+2)(x-4)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
3. On a $\Delta = 5^2 - 4 \times (-3) \times 2 = 49$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{-5-\sqrt{49}}{-6} = 2$ et $x_2 = \frac{-5+\sqrt{49}}{-6} = -\frac{1}{3}$. Donc $f(x) = -3(x-2)\left(x+\frac{1}{3}\right)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On peut aussi écrire : $f(x) = (x-2)(-3x-1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
4. On a $\Delta = 1^2 - 4 \times 3 \times 4 = -47$ donc f n'admet aucune racine réelle. Donc f n'est pas factorisable dans $\mathbb{R}$.
5. On a, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -4x^2 + 28x - 49 = -(4x^2 - 28x + 49) = -(2x-7)^2$.
   Donc $f(x) = -(2x-7)^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
6. On a $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$ donc l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

   Donc $f(x) = \left(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.