1a) Le discriminant de $f(x)=5x^2+3x+4$ est

$$\Delta=3^2-4\times5\times4=-71\ .$$

Puisque $\Delta<0$, l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution

1b) Puisque $\Delta<0$ et $5>0$, on a le tableau de signes

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$+$

1c) Il n'y a pas de factorisation non triviale de $f(x)$.

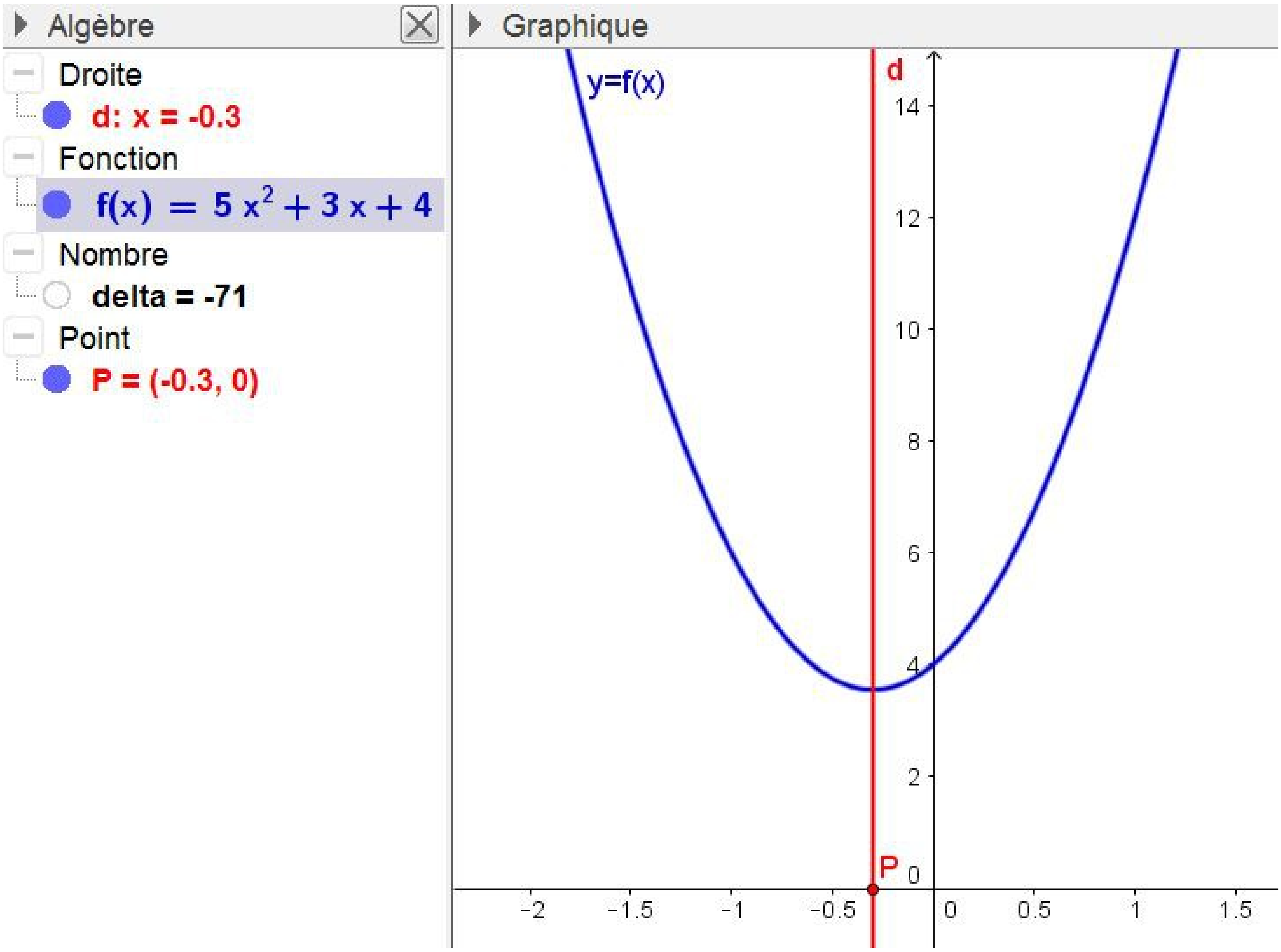
1d) La représentation graphique de la fonction polynômiale de degré 2 donnée par

$$f(x)=5x^2+3x+4$$

est une parabole d'axe de symétrie la droite d'équation

$$y=-\frac{3}{2\times5}=-\frac{3}{10}$$

et d'ordonnée à l'origine $f(0)=4$.



1e) La courbe de f ne coupant pas l'axe des abscisses, on vérifie que l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solution.

La courbe de f étant strictement au-dessus de l'axe des abscisses, on vérifie que $f(x)>0$ sur $\mathbb{R}$.

2a) Le discriminant de $f(x)=-5x^2+3x+4$ est

$$\Delta=3^2-4\times(-5)\times4=89\,.$$

Puisque $\Delta>0$, l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions

$$s=\frac{-3-\sqrt{89}}{2\times(-5)}=\frac{3+\sqrt{89}}{10}\sim1{,}24$$

$$s'=\frac{-3+\sqrt{89}}{2\times(-5)}=\frac{3-\sqrt{89}}{10}\sim-0{,}64\,.$$

2b) On a le tableau de signes

x	$-\infty$		s'		s		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2c) On a la factorisation

$$f(x)=-5(x-s)(x-s')\,.$$

1d) La représentation graphique de la fonction polynômiale de degré 2 donnée par

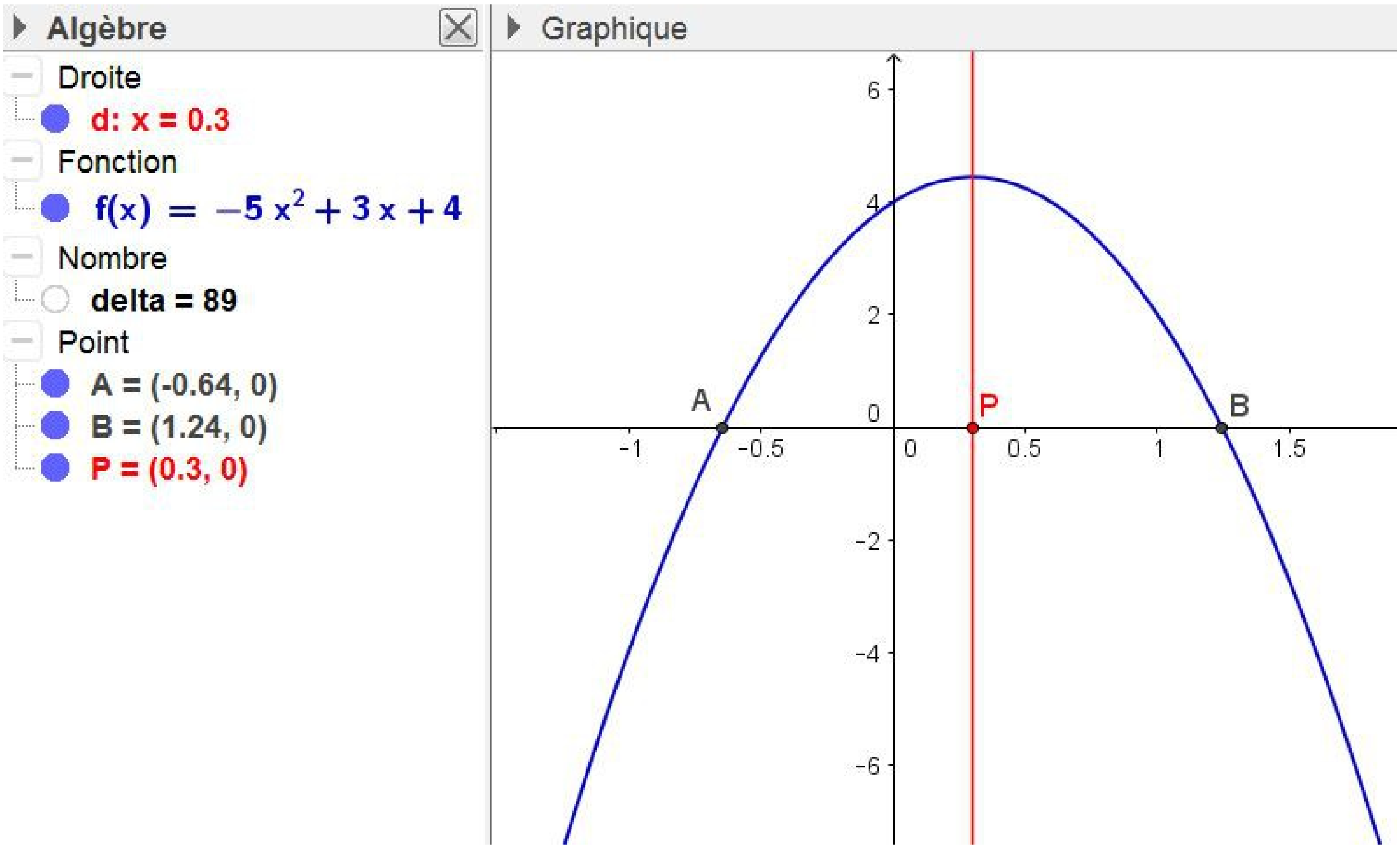
$$f(x)=-5x^2+3x+4$$

est une parabole d'axe de symétrie la droite d'équation

$$y=-\frac{3}{2\times(-5)}=\frac{3}{10}$$

et d'ordonnée à l'origine $f(0)=4$.

2d)



2e) Puisque la courbe de f coupe l'axe des abscisses en deux points A et B, on vérifie que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions $x_{\mathrm{A}} \sim -0{,}64$ et $x_{\mathrm{B}} \sim 1{,}24$.

Puisque la courbe de f est strictement au-dessus de l'axe des abscisses sur $\left]x_{\mathrm{A}} ; x_{\mathrm{B}}\right[$, on vérifie que $f(x)>0$ si et seulement si $x \in \left]x_{\mathrm{A}} ; x_{\mathrm{B}}\right[$.

3a) Le discriminant de $f(x)=4x^2+12x+9$ est

$$\Delta=12^2-4\times4\times9=0.$$

Puisque $\Delta=0$, l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution

$$s=-\frac{12}{2\times4}=-\frac{3}{2}.$$

3b) On a le tableau de signes

x	$-\infty$		s		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

3c) On a la factorisation

$$f(x)=4(x-s)^2.$$

Notons aussi que

$$4(x-s)^2=2^2\times\left(x-\frac{-3}{2}\right)^2=\left[2\times\left(x+\frac{3}{2}\right)\right]^2=(2x+3)^2.$$

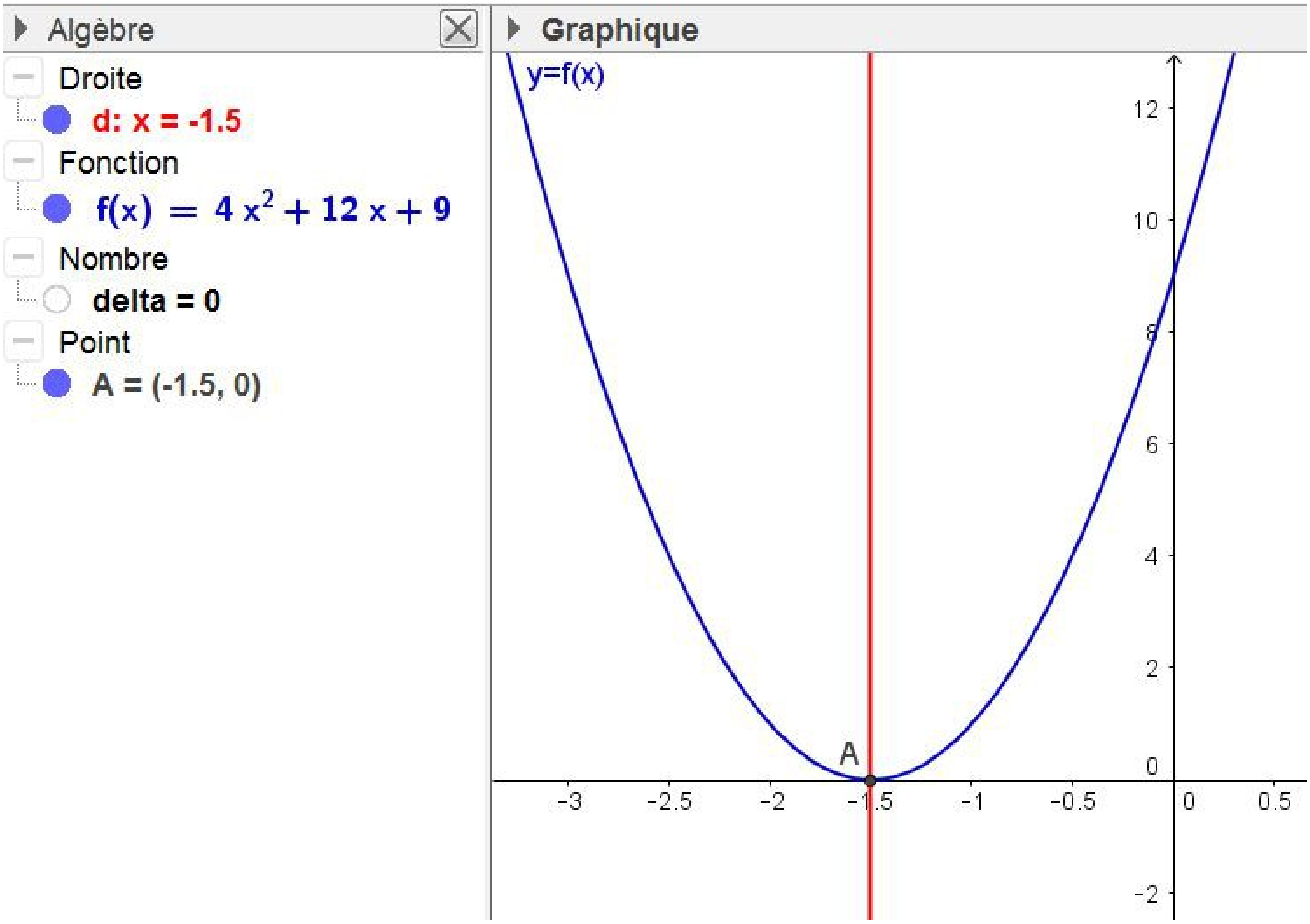
3d) La représentation graphique de la fonction polynômiale de degré 2 donnée par

$$f(x)=4x^2+12x+9$$

est une parabole d'axe de symétrie la droite d'équation

$$y=-\frac{12}{2\times4}=-\frac{3}{2}$$

et d'ordonnée à l'origine $f(0)=9$.



3e) Puisque la courbe de f coupe l'axe des abscisses en un seul point A, on vérifie que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution $x_A=-1,5$.

Puisque la courbe de f est strictement au-dessus de l'axe des abscisses sauf au point A, on vérifie que $f(x)>0$ sur $]-\infty;x_A[$ et sur $]x_A;+\infty[$.